

2.8 LA REGLA DE TRES

La regla de tres es importante porque *con ella se pueden resolver variedad de problemas que se nos presentan cotidianamente*. Las ciencias se valen de ella para resolver principios o leyes. Por ejemplo, las leyes de los gases en la Física. En la Química las soluciones, entre otros.

Se le llama regla de tres porque se dan tres cantidades conocidas ligadas entre sí por una relación y se encuentra una cuarta cantidad que forme una proporción con las tres primeras.

Es decir, *que la regla de tres tiene por objeto hallar un término de una proporción cuando se conocen los otros tres.*

La regla de tres puede ser **directa** o **inversa**. Es **directa** cuando está formada por magnitudes directamente proporcionales y es **inversa** cuando está formada por magnitudes inversamente proporcionales.

También la regla de tres puede ser simple o compuesta.

Es **simple** cuando en ella intervienen 2 magnitudes, es decir, cuatro cantidades formando dos razones.

Es **compuesta** cuando interviene más de dos magnitudes, más de cuatro cantidades (formando 3, 4, 5, etc. razones).

A continuación se dan ejemplos para aclarar los tipos de regla de tres.

EJEMPLO 2.17

a) Si una secretaria copia 15 hojas de un libro en dos horas, ¿en cuántas horas copiará 25 hojas?

SOLUCIÓN el problema se plantea así:

15 hojas	—	2 horas
25 hojas	—	x horas

Sólo tiene cuatro cantidades 15, 25, 2, x (formando dos razones) por lo tanto, esta regla de tres es simple. Como está formada por magnitudes directamente proporcionales es directa (simple-directa).

b) 8 hombres hacen una pared en 10 días. ¿Cuántos días se tardarán en hacer la pared 12 hombres?

SOLUCIÓN

8 hombres	—	10 días
12 hombres	—	x días

La regla de tres es simple y como está formada por magnitudes inversamente proporcionales es regla de tres inversa.

- c) Para construir un muro de 120 mts. de largo, han trabajado 15 albañiles, durante 20 días, a razón de 10 horas diarias. ¿Cuántos días emplearán 35 albañiles para hacer un muro similar de 500 metros de largo, trabajando 8 horas diarias?

SOLUCIÓN 15 albañiles — 10 horas — 120 mts — 20 días
35 albañiles — 8 horas — 500 mts — x días

Al plantear el problema se observa que la regla de tres es compuesta porque tiene más de dos razones.

2.8.1 MÉTODO DE LAS PROPORCIONES PARA RESOLVER REGLAS DE TRES

Para resolver reglas de tres por el método de las proporciones, se aplican las **definiciones 37 y 38**.

EJEMPLO 2.18

- a) Si una secretaria copia 15 hojas de un libro en 2 horas, ¿en cuántas horas copiará 25 hojas?

SOLUCIÓN El problema se plantea así: 15 hojas — 2 horas
25 hojas — x horas

como a más hojas copiadas mayor es el tiempo, la regla de tres es directa. Para formar la proporción se igualan las dos razones directas:

$$\frac{15}{25} = \frac{2}{x}$$

Encontramos el extremo desconocido: $x = \frac{(25 \text{ hojas}) (2 \text{ horas})}{15 \text{ hojas}} = \frac{50 \text{ horas}}{15} = 3.33 \text{ horas}$

- b) La **Ley de Charles** establece que "a presión constante, el volumen de un gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta". A 300°K se midieron 600 cm³ de oxígeno. Luego se calentaron hasta alcanzar 343°K, mientras la presión permanecía constante. ¿Cuál será el volumen del gas con este aumento de temperatura?

SOLUCIÓN Se plantea el problema: a 300°K ocupa un volumen de 600 cm³
a 343°K ocupa un volumen de x cm³

como se trata de la Ley de Charles, la regla es directa, por lo que se igualan sus dos razones directas.

$$\frac{300}{343} = \frac{600}{x} \Rightarrow x = \frac{(343^\circ\text{K}) (600 \text{ cm}^3)}{300^\circ\text{K}} = 686 \text{ cm}^3$$

- c) A cierta hora del día, una torre de 12 mts. de altura proyecta una sombra de 8 mts. ¿Cuál será la altura de un edificio que a la misma hora proyecta una sombra de 20 mts?

SOLUCIÓN 12 mt de altura — sombra de 8 mt
x mt de altura — sombra de 20 mt

$$\frac{12}{x} = \frac{8}{20} \Rightarrow x = \frac{(20 \text{ mt}) (12 \text{ mt})}{8 \text{ mt}} = 30 \text{ mt}$$

EJEMPLO 2.19

- a) Un grupo de obreros emplea 14 días, trabajando 8 horas diarias para terminar cierta obra. Si hubieran trabajado una hora menos al día, ¿en cuántos días terminarían la obra?

SOLUCIÓN trabajando 8 horas cada día se tardan 14 días
trabajando 7 horas cada día se tardan x días

como trabajando menos horas al día se tardan más días, la regla es inversa, por lo que se iguala la primera razón con la inversa de la otra razón.

$$\frac{8}{7} = \frac{x}{14} \Rightarrow x = \frac{(14 \text{ días})(8 \text{ horas})}{7 \text{ horas}} = 16 \text{ días}$$

- b) Un móvil se desplaza con una velocidad de 125 metros/minuto recorre cierta distancia en 3 horas 15 minutos. ¿A qué velocidad se tendrá que desplazar para cubrir la misma distancia en dos horas 45 minutos?

SOLUCIÓN Como para una distancia dada la velocidad (v) es inversamente proporcional al tiempo de viaje, se tiene una regla de tres inversa.

a 125 mt/min. se tarda 3 horas y 15 minutos (195 minutos)
a x mt/min. se tarda 2 horas y 45 minutos (165 minutos)

$$\frac{125}{x} = \frac{165}{195} \Rightarrow x = \frac{(125 \text{ mt/min})(195 \text{ min})}{165 \text{ min}} = 147.73 \text{ mt/min}$$

- c) Si 4 pulgadas equivalen a 10.16 cm, ¿cuántos cm hay en 3 pies?

SOLUCIÓN Se reducen a la misma unidad los datos y se plantea el problema.

como 1 pie tiene 12 pulgadas, en 3 pies hay $3 \cdot 12 = 36$ pulgadas

4 pulgadas ——— 10.16 cm
36 pulgadas ——— x cm

como las razones son directas, entonces:

$$\frac{4}{36} = \frac{10.16}{x} \Rightarrow x = \frac{(36 \text{ pulg})(10.16 \text{ cm})}{4 \text{ pulg}} = 91.44 \text{ cm}$$

2.8.2 MÉTODO GENERAL PARA RESOLVER CUALQUIER REGLA DE TRES

Cuando la regla de tres es compuesta, el método de resolución anterior resulta largo. Por esta razón estudiamos a continuación un método práctico.

- Se compara cada razón con la razón que contiene el dato desconocido para establecer si son directa o inversamente proporcionales.
- Si en la comparación la relación resulta directamente proporcional se le pone por conveniencia un signo menos (–) arriba y un signo más (+) debajo.
- Si en la comparación la relación resulta inversamente proporcional se le pone arriba un signo más (+) y debajo un signo menos (–).

e. Finalmente se multiplican las cantidades que tienen signo más y este resultado se divide dentro del producto de las que tienen signo menos.

EJEMPLO 2.20

SOLUCIÓN

SOLUTION

entonces: $\frac{3.45}{30} = \frac{x}{50} = x = \frac{(50)(3.45)}{30} = 5.75 A$

EJEMPLO 2.21

Para adoquinar una calle de 100 metros de largo han trabajado 20 albañiles durante 20 días a razón de 8 horas diarias. ¿Cuántos días emplearán 40 albañiles para adoquinar una calle similar de 500 metros de largo y trabajando 10 horas diarias?

SOLUCIÓN Se plantea el problema y se compara cada razón con la que tiene el término desconocido, para colocarle el signo correspondiente.

20 albañiles	—	8 horas	—	100 mt	—	20 días
40 albañiles	—	10 horas	—	500 mt	—	x días

Albañiles con días

+		+
20 albañiles	se tardan	20 días
40 albañiles	se tardan	x días

La razón es inversa porque a más albañiles menos días.

Horas con días

+		+
8 horas al día,	se tardan	20 días
10 horas al día	se tardan	x días

La razón es inversa porque a más horas trabajadas cada día menos días en hacer el trabajo

metros con días

—		+
para 100 mt	se tardan	20 días
para 500 mt	se tardan	x días

La razón es directa porque a más metros de adoquinar más días de trabajo

Por lo tanto el planteo queda así:

+		+		—		+
20 albañiles	—	8 horas	—	100 mt	—	20 días
40 albañiles	—	10 horas	—	500 mt	—	x días
—		—		+		

Finalmente se divide el producto de los términos que tienen signo más dentro del producto de los términos que tienen signo menos.

$$x = \frac{(20 \text{ alb.}) (8 \text{ horas}) (500 \text{ mt}) (20 \text{ días})}{(40 \text{ alb.}) (10 \text{ horas}) (100 \text{ mt})} = 40 \text{ días}$$

EJEMPLO 2.22

En un zoológico se tienen 200 aves, cada una en su jaula. El alpiste para alimentarlas alcanza para 12 días a razón de 2 raciones diarias. Si se mueren 40 aves, ¿cuántas raciones diarias podrían comer si se quiere que el alpiste dure 10 días?

SOLUCIÓN

Se plantea el problema y se compara cada razón con la razón que tiene el término desconocido.

$$\begin{array}{l} 200 \text{ aves} \text{ — } 12 \text{ días} \text{ — } 2 \text{ raciones} \\ 160 \text{ aves} \text{ — } 10 \text{ días} \text{ — } x \text{ raciones} \end{array}$$

Comparando

$$\begin{array}{l} + \quad + \\ 200 \text{ aves} \text{ — } 2 \text{ raciones} \\ 160 \text{ aves} \text{ — } x \text{ raciones} \\ - \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{como a menos aves, más raciones diarias} \\ \text{la razón es inversa} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} + \quad + \\ 12 \text{ días} \text{ — } 2 \text{ raciones} \\ 10 \text{ días} \text{ — } x \text{ raciones} \\ - \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{como a menos días, más raciones diarias} \\ \text{la razón es inversa} \end{array}$$

Por lo tanto

$$\begin{array}{l} + \quad + \quad + \\ 200 \text{ aves} \text{ — } 12 \text{ días} \text{ — } 2 \text{ raciones} \\ 160 \text{ aves} \text{ — } 10 \text{ días} \text{ — } x \text{ raciones} \\ - \end{array}$$

$$x = \frac{(200 \text{ aves}) (12 \text{ días}) (2 \text{ raciones})}{(160 \text{ aves}) (10 \text{ días})} = 3 \text{ raciones}$$

EJEMPLO 2.23

Un ingeniero empleó a 8 hombres durante 7 días trabajando 6 horas diarias para abrir una zanja de 10 mt de largo, 8 mt de ancho y 3 mt de profundidad. ¿Cuántos días se tardarán 5 hombres, trabajando 8 horas diarias para hacer otra zanja de 15 mt de largo, 10 mt de ancho, 2 mt de profundidad y en un terreno de doble dificultad en comparación con el primero?

SOLUCIÓN

se plantea el problema y se le asignan los signos correspondientes

$$\begin{array}{l} + \quad + \quad + \quad - \quad - \quad - \quad - \\ 8 \text{ hombres} \text{ — } 7 \text{ días} \text{ — } 6 \text{ horas} \text{ — } 10 \text{ mt largo} \text{ — } 8 \text{ mt ancho} \text{ — } 3 \text{ mt prof.} \text{ — } 1 \text{ dificultad} \\ 5 \text{ hombres} \text{ — } x \text{ días} \text{ — } 8 \text{ horas} \text{ — } 15 \text{ mt largo} \text{ — } 10 \text{ mt ancho} \text{ — } 2 \text{ mt prof.} \text{ — } 2 \text{ dificultad} \\ - \quad \quad \quad - \quad \quad \quad + \quad \quad \quad + \quad \quad \quad + \quad \quad \quad + \end{array}$$

Se han comparado:

$$\begin{array}{ll} \text{hombres con días trabajados} & = \text{inversa} \\ \text{horas cada día con días trabajados} & = \text{inversa} \\ \text{metros terminados con días trabajados} & = \text{directa} \\ \text{dificultad con días trabajados} & = \text{directa} \end{array}$$

Por lo tanto:

$$x = \frac{(8 \text{ hombres}) (7 \text{ días}) (6 \text{ horas}) (15 \text{ mt}) (10 \text{ mt}) (2 \text{ mt}) (2 \text{ dif.})}{(5 \text{ hombres}) (8 \text{ horas}) (10 \text{ mt}) (8 \text{ mt}) (3 \text{ mt}) (1 \text{ dif.})} = 21 \text{ días}$$

Laboratorio 2.2

Defina los siguientes términos (ejercicios 1-8)

1. Magnitudes directamente proporcionales
2. Magnitudes inversamente proporcionales
3. Inversa de una razón
4. Regla de tres
5. Regla de tres simple
6. Regla de tres compuesta
7. Regla de tres directa
8. Regla de tres inversa

El par de razones que se presentan en cada caso son directamente proporcionales. Forme con ellas una proporción y encuentre el valor del término desconocido (ejercicios 9-14)

9. $3/5$ y $x/7$
10. $23/x$ y $45/79$
11. $x:51$ y $3:2$
12. $1/2:5/3$ y $m:5/8$
13. $5.8/3.45$ y $n/7.16$
14. $80/20$ y $400/x$

$$\frac{23}{x} = \frac{45}{79}$$

El par de razones que se presentan en cada caso son inversamente proporcionales. Forme con ellas una proporción y encuentre el valor del término desconocido (ejercicios 15-20)

15. $18/12$ y $6/x$
16. $800/900$ y $4.2/x$
17. $40/30$ y $x/16$
18. $1/2:5/3$ y $m:5/8$
19. $5.8/3.45$ y $n/7.16$
20. $80/20$ y $400/x$

$$\frac{800}{900} = \frac{4.2}{x}$$

Utilizando el método de las proporciones, resuelva los siguientes enunciados (ejercicios 21-45)

21. Un automóvil consume 8 galones de gasolina al recorrer 280 km. ¿Cuántos galones de gasolina consumirá al recorrer 836 km. en un terreno similar?
22. Si 85 pulgadas equivalen a 215.9 cm, ¿Cuántos cm hay 125 pulgadas?
23. Si 8 pies equivalen a 243.84 cm, ¿cuántos cm hay en 95 pulgadas?
24. Sabiendo que 3 gramos de carbono se combinan con 4 gramos de oxígeno para formar monóxido de carbono ¿cuántos gramos de carbono se combinarán con 80 gramos de oxígeno?
25. 8 hombres hacen una pared en 10 días. ¿Cuántos días se tardarán en hacer la misma pared 12 hombres?
26. Una propiedad valuada en \$.900 000 paga un impuesto anual de \$.2 700. ¿Cuánto vale otra propiedad que paga un impuesto de \$.1 750?
27. Manteniendo constante la temperatura, el volumen de un gas es inversamente proporcional a la presión ejercida sobre él. Una muestra de oxígeno ocupa un volumen de 5 000 cm³ a 760 milímetros de presión, ¿Manteniendo constante la temperatura, qué volumen ocupará a una presión de 790 mm de Hg?
28. Una máquina produce 34 tornillos por minuto. ¿Cuántos tornillos producirá en 8 horas 15 minutos?
29. 85 hombres realizan una tarea en 50 días. ¿Cuántos hombres se necesitan para hacer la tarea en 34 días?
30. ¿Cuántas libras de azúcar se necesitan para endulzar 25 galones de refresco, sabiendo que para cada galón se necesita 1/2 libra de azúcar?
31. La venta de cierto producto produce una ganancia de Q.450 por cada 35 unidades vendidas. ¿Cuánto se ganará en la venta de 28 docenas de producto?
32. La velocidad de rotación de un engranaje es inversamente proporcional al número de dientes que posee. Un engranaje de 32 dientes gira a 1 200 revoluciones por minuto. ¿Cuántas revoluciones por minuto gira un engranaje de 24 dientes?
33. Dos personas alquilan una finca de 50 manzanas. la primera ocupa 22 manzanas pagando Q.1 320 mensuales. ¿Cuánto pagará la otra persona que ocupa el resto de la finca?
34. Un avión recorre 5 700 km en 6 horas. ¿Cuántas horas necesitará para cubrir una distancia de 9 500 km?
35. Un grupo de obreros termina de construir una casa en cierta colonia en 6 meses y 20 días, trabajando 8 horas diarias. ¿En cuantos días terminarán una casa similar pero trabajando 10 horas diarias?

$$\frac{8}{280} = \frac{x}{836}$$

Utilizando el método general, resuelva:

36. Los problemas impares del inciso D del presente laboratorio.
37. En 12 días, 12 obreros que trabajan 12 horas diarias han tejido 36 piezas de tela de 25 mts cada una. ¿Cuántas piezas de 50 mts. de la misma calidad harían trabajando 7 obreros más?
38. Se han pagado \$.140 para el transporte de 3000 kilogramos de un metal a una distancia de 9 kilómetros; ¿Cuánto se pagará para el transporte de 4500 kilogramos de metal a 36 kilómetros?
39. Durante 15 días, 5 hornos consumen 50 toneladas de carbón. ¿Cuánto carbón sería necesario para mantener encendidos durante 91 días, 3 hornos más?
40. Con 14 kilogramos de hilo se ha tejido una pieza de tela de 32 mt de longitud por 0.75 mt de anchura. ¿Cuál será la longitud de una pieza cuya anchura fuese de 0.80 mt, tejida con 12 kg del mismo hilo?
41. Si 6 obreros pueden hacer una pared de 12 metros en 5 días, ¿Cuántos obreros serían necesarios para hacer 18 metros de la misma pared en 3 días, si la habilidad de éstos, es sólo las dos terceras partes de la de los primeros?
42. En 6 días de trabajo 12 obreros han hecho 120 mts de una obra. ¿Cuántos mts. harán 14 obreros trabajando 9 días?
43. Un trabajo puede hacerse por 24 hombres en 18 días de 9 horas. Si se desea que este trabajo quede hecho por 36 obreros en 12 días; ¿Cuántas horas diarias tendrán que trabajar?
44. Una guarnición asediada de 600 hombres tiene provisiones para 32 días, ¿Para cuántos días habría provisiones si fuese reforzada la guarnición en 200 hombres y la ración se redujera a los $\frac{4}{5}$ de la anterior?
45. Una calle de 50 mts. de largo y 8 mts. de ancho se ha pavimentado con 20 000 planchas. ¿Cuántas planchas serán necesarias para pavimentar otra calle de doble largo y cuyo ancho es de 6 mts.?

Resuelva los siguientes problemas:

46. ¿Cuántos días tendrá que trabajar un obrero, a razón de 5 horas diarias para ganar Q.320, si por trabajar 6 horas diarias durante 10 días recibe Q.240?
47. Si una persona cobra Q.750 por hacer los $\frac{3}{5}$ de una obra, ¿Cuánto cobrará por terminarla?
48. Si 40 obreros hacen una zanja en un terreno, ¿Cuántos hombres se necesitarán en las mismas condiciones para hacer otra zanja igual en otro terreno cuya dificultad es un cuarto de dificultad del anterior.
49. Para cosechar un campo de 30 hectáreas, 12 hombres emplearon 8 días, ¿Cuántos hombres se necesitan para cosechar en 6 días otro campo de 45 hectáreas?
50. Un artesano trabajando durante 20 días y 8 horas diarias, recibe Q.720, ¿Cuántas horas diarias ha trabajado para concluir una obra empleando 30 días y recibiendo Q.1480.50?
51. Una secretaria escribe y diagrama 150 páginas de un libro en 15 días trabajando 10 horas diarias, ¿Cuántos días empleará, trabajando sólo 6 horas diarias para escribir 120 páginas?
52. Si un metro cuadrado tiene 25 ladrillos ¿Cuántos ladrillos se necesitarán para cubrir 56.8 metros cuadrados de terreno?
53. Para hacer una obra de 40 metros de largo, 16 hombres, trabajando 4 horas diarias durante 12 días, han construido ya 15 metros. Pero como se desea que la obra se construya en 20 días en total es necesario empezar a trabajar 8 horas diarias y aumentar cierto número de obreros. ¿Cuántos obreros habrá que aumentar para terminar la obra en el plazo fijado?